

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

ДО ВИКОНАННЯ САМОСТІЙНИХ
І КОНТРОЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

З КУРСУ

«ТЕХНІЧНА МЕХАНІКА»

*(для студентів 2 курсу денної і заочної форм навчання
з напрямку 6.050701 «Електротехніка та електротехнології»
та слухачів другої вищої освіти)*

Харків
ХНАМГ
2010

Методичні вказівки до виконання до виконання самостійних і контрольних завдань з курсу «Технічна механіка» (для студентів 2 курсу денної і заочної форм навчання з напрямку 6.050701 «Електротехніка та електротехнології» та слухачів другої вищої освіти) / Харк. нац. акад. міськ. госп-ва; уклад.: В. П. Шпачук, В. О. Склярів. – Х.: ХНАМГ, 2010. – 27 с.

Укладачі: В. П. Шпачук,
В. О. Склярів

Рецензент: проф., д.т.н. В. А. Маляренко

Рекомендовано кафедрою теоретичної і будівельної механіки,
протокол № 15 від 13.05.2010 р.

ВСТУП

Методичні вказівки до виконання самостійних та контрольних завдань переслідують мету – підвищити її ефективність як у неаудиторний час, так й при спілкуванні з викладачем.

Методичні вказівки складаються з десяти варіантів задач з трьох тем розділів «Статика»: «Система збіжних сил», «Довільна плоска система сил», «Рівновага системи тіл» та варіанти задач з теми «Побудова епюр внутрішніх силових факторів пружного стержня». Для кожної теми розглянуто приклад вирішення задач. При самостійному засвоєнні теми студентам рекомендується закріпити знання теоретичного матеріалу, розібрати рішення задач й розв'язати декілька задач із запропонованих десяти варіантів.

Матеріали цих методичних вказівок використовують також викладачі кафедри при проведенні самостійних і контрольних робіт в аудиторії, при прийомі розрахунково-графічних робіт та комплектації задач в екзаменаційних білетах.

Використання цих методичних вказівок для самостійної роботи дасть змогу студентам засвоїти методи теоретичної механіки – однієї з основних фундаментальних дисциплін в освіті інженера будь-якої спеціальності.

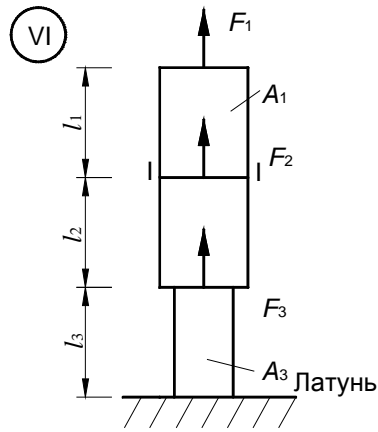
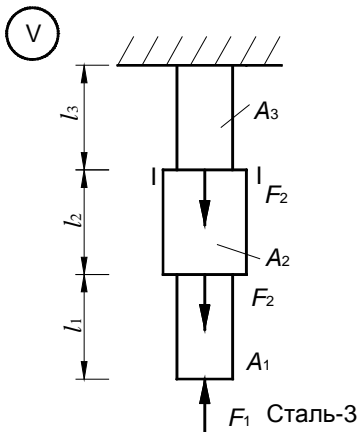
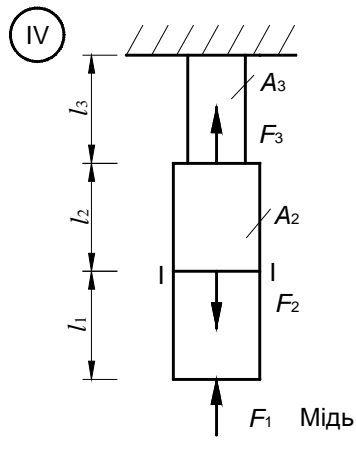
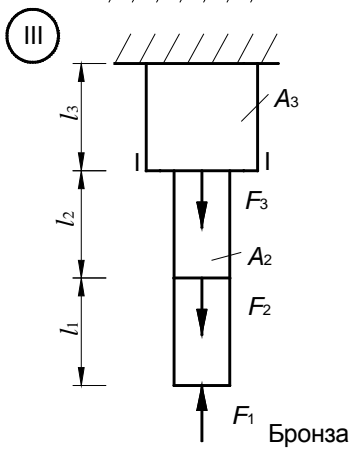
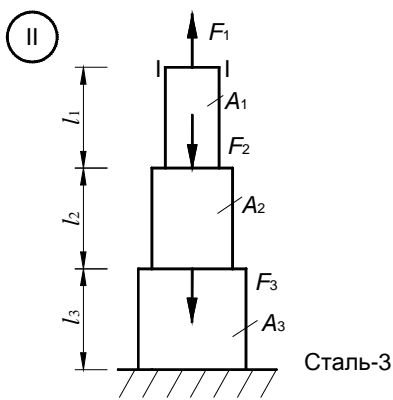
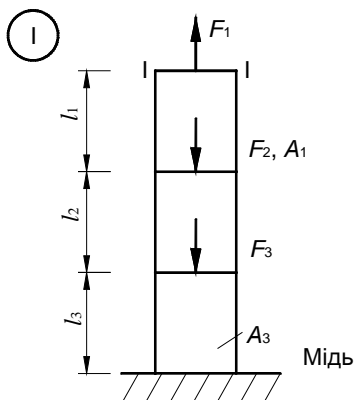
ЗАВДАННЯ 1

Для заданого стержня (рис. 1) з урахуванням власної ваги визначити зусилля і напруження на кожній ділянці; побудувати епюру поздовжніх сил, нормальної напруження; знайти переміщення (деформацію) перетину I-I.

Вихідні дані взяти з табл. 1.

Таблиця 1

Номер		A_1 , см ²	A_2 , см ²	A_3 , см ²	F_1 , кН	F_2 , кН	F_3 , кН	l_1 , м	l_2 , м	l_3 , м
рядки	схеми									
1	I	8	10	12	4	7	8	3	2,6	4
2	II	10	12	8	3	5	6	3,5	3,5	5
3	III	12	8	10	5	3	5	4	4	2
4	IV	14	10	12	7	4	6	3,2	3	4,2
5	V	10	15	20	6	4	5	5	4,2	3
6	VI	12	12	10	5	3	4	2	3	5
7	VII	20	18	8	9	2	7	4,3	2	2,4
8	VIII	30	10	15	2	8	6	3	3,4	2
9	IX	8	16	10	8	6	2	4	5,2	3
10	X	10	20	10	1	2	4	2	4	2,5
	а	б	в	б	а	в	а	б	в	в



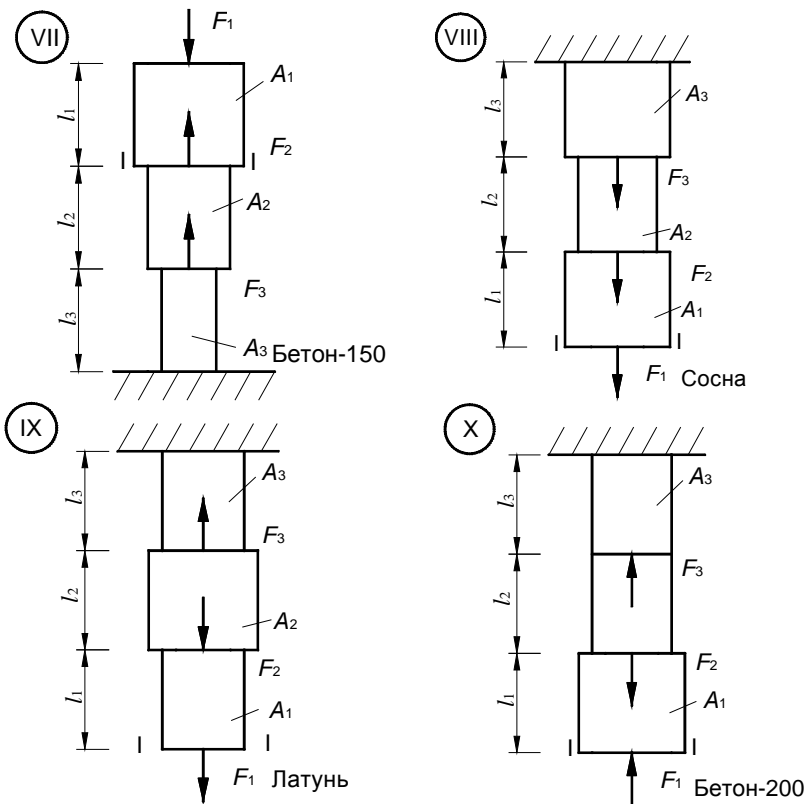


Рис. 1

Порядок виконання роботи

1. Накреслити розрахункову схему.
2. При визначенні поздовжніх зусиль в перетинах ступінчастого стержня необхідно скористатися методом перетинів. Подумки на кожній з ділянок проводимо перетин. Відкидаючи одну з частей стержня і заміняючи дію відкинutoї частини внутрішніми силами, складаємо рівняння рівноваги для частини, що залишилося, на

яку діють зовнішні і внутрішні сили. Поздовжнє зусилля позитивне, якщо воно розтягує стержень, і негативне, якщо стискає його.

3. Нормальне напруження в кожному з перетинів визначається відношенням поздовжнього зусилля в атом перетині до його площі.

4. Шукане переміщення перетину I-I визначається щодо нерухомого опорного перетину і залежить від деформації Частини стержня, яка розташована між опорним і визначуваним перетином. Подовження або укорочення цієї частини стержня від власної ваги визначається за наступною формулою:

$$\Delta l_G = \frac{G \cdot l}{2EA}.$$

Вага частини стержня, розташованої за даним перетином з боку вільного кінця, розглядається як зовнішнє навантаження, що викликає деформацію тієї частини стержня, яка визначає переміщення вказаного у завданні перетину.

Приклад вирішення задачі № 1

Для заданого ступінчастого стержня (рис. 2), виготовленого із сталі, побудувати епюри поздовжніх сил і нормального напруження. Визначити переміщення перетину I-I.

Значення модуля пружності і питомої ваги для сталі візьмемо з табл. 2:

$$E_{CT} = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \quad A_1 = 10^{-3} \text{ м}^2;$$

$$\gamma_{CT} = 0,0078 \text{ кг/см}^3 = 78 \text{ кН/м}^3; \quad A_2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

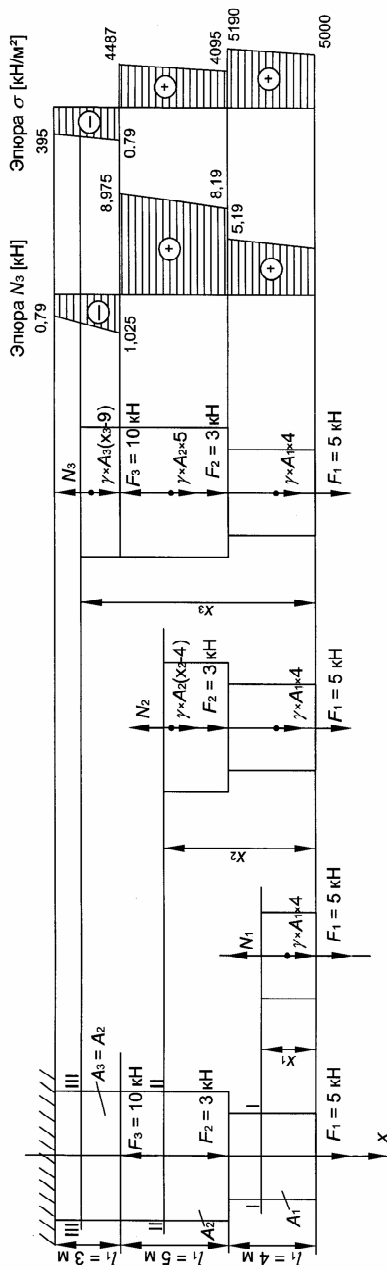


Рис. 2

Таблиця 2

Матеріал	Сталь-3	Мідь	Латунь	Бронза	Бетон-150	Сосна	Бетон-200
E , МПа	$2,1 \cdot 10^5$	$1,1 \cdot 10^5$	$0,9 \cdot 10^5$	$0,89 \cdot 10^5$	$0,18 \cdot 10^5$	$0,1 \cdot 10^5$	$0,23 \cdot 10^5$
γ , кг/см ³	$7,8 \cdot 10^{-3}$	$8,94 \cdot 10^{-3}$	$8,5 \cdot 10^{-3}$	$8,5 \cdot 10^{-3}$	$2,4 \cdot 10^{-3}$	$0,53 \cdot 10^{-3}$	$2,4 \cdot 10^{-3}$

Для кожної з трьох ділянок ступінчастого стержня складаємо аналітичні вирази поздовжнього зусилля і напруги з урахуванням власної ваги.

Ділянка I-I. Проводимо перетин I-I на відстані від нижнього торця першого ступеня стрижня. Розглянемо рівновагу нижньої відсіченої частини стрижня.

$$0 \leq x_1 \leq 4 ;$$

$$\sum x = 0 ; \quad F_1 = \gamma \cdot A_1 \cdot x_1 - N_1 = 0 ; \quad N_1 = F_1 + \gamma \cdot A_1 \cdot x_1 ;$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{F_1}{A_1} + \gamma \cdot x_1 .$$

Обчислюємо N_1 і σ_1 на межах ділянки.

При

$$N_1 = F_1 = 5 \text{ кН};$$

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{A_1} = \frac{5}{10^{-3}} = 5000 \text{ кН/м}^2 = 5 \text{ МПа}.$$

При

$$N_1 = F_1 + \gamma \cdot A_1 \cdot 4 = 5 + 78,5 \cdot 10^{-3} \cdot 4 = 5,19 \text{ кН};$$

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{A_1} + \gamma \cdot 4 = 5190 \text{ кН/м}^2 = 5,19 \text{ МПа}.$$

Ділянка II-II

$$4 \leq x_2 \leq 9;$$

$$\sum x = 0; \quad -N_2 + F_1 + \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 + F_2 + \gamma \cdot A_2 \cdot (x_2 - l_1) = 0;$$

$$N_2 = F_1 + \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 + F_2 + \gamma \cdot A_1 \cdot (x_2 - l_1);$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_2} + \frac{\gamma \cdot A_1 \cdot l_1}{A_2} + \frac{F_2}{A_2} + \gamma \cdot (x_2 - l_1).$$

Обчислюємо N_2 і σ_2 на межах ділянки.

При

$$N_2 = F_1 + \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 + F_2 + \gamma \cdot A_1 \cdot (x_2 - l_1) = 5 + 78,5 \cdot 10^{-3} \cdot 4 + 3 = 8,19 \text{ кН};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{8,19}{2 \cdot 10^3} = 4095 \text{ кН/м}^2 = 4,095 \text{ Мпа}.$$

При

$$\begin{aligned} N_2 &= F_1 + \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 + F_2 + \gamma \cdot A_1 \cdot (x_2 - l_1) = \\ &= 5 + 78,5 \cdot 10^{-3} \cdot 4 + 3 + 78,5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot (9 - 4) = 8,975 \text{ кН}; \end{aligned}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{8,975}{2 \cdot 10^3} = 4487,5 \text{ кН/м}^2 = 4,487 \text{ МПа}.$$

Значення N_i і σ_i відкладаємо на епюрах. Поздовжня сила у всіх поперечних перетинах першої і другої ділянок позитивна, тобто що розтягує.

Ділянка III-III. Проводимо перетин III-III на відстані від нижнього торця стержня:

$$9 \leq x_3 \leq 12;$$

$$\sum x = 0; \quad -N_3 + F_1 + \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 + F_2 - F_3 + \gamma \cdot A_2 \cdot (x_3 - l_1) = 0;$$

$$N_3 = F_1 + \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 + F_2 - F_3 + \gamma \cdot A_2 \cdot (x_3 - l_1);$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_2} = \frac{F_1 + \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 + F_2 - F_3 + \gamma \cdot A_2 \cdot (x_3 - l_1)}{A_2}.$$

При

$$\begin{aligned} N_3 &= F_1 + \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 + F_2 - F_3 + \gamma \cdot A_2 \cdot (x_3 - l_1) = \\ &= 5 + 78,5 \cdot 10^{-3} \cdot 4 + 3 - 10 + 78,5 \cdot 10^{-3} \cdot (9 - 4) = -1,025 \text{ кН}; \end{aligned}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_2} = -\frac{1,025}{2 \cdot 10^3} = -512,5 \text{ кН/м}^2 = -0,5125 \text{ Мпа}.$$

При

$$N_3 = 5 + 78,5 \cdot 10^{-3} \cdot 4 + 3 - 10 + 78,5 \cdot 10^{-3} \cdot (12 - 4) = -0,79 \text{ кН};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_2} = -\frac{0,79}{2 \cdot 10^3} = -395 \text{ кН/м}^2 = -0,395 \text{ Мпа}.$$

Визначимо переміщення перетину I-I, вказаного на загальній схемі. Шукане переміщення залежить від деформації частини стрижня, розташованої між опорним перетином і перетином I-I, тобто від деформації третього ступеня стрижня:

$$\begin{aligned} \Delta l_{I-I} = \Delta l_3 &= \frac{F_1 \cdot l_3}{E \cdot A_3} + \frac{(\gamma \cdot A_1 \cdot l_1) \cdot l_3}{E \cdot A_3} + \frac{F_2 \cdot l_3}{E \cdot A_3} + \frac{(\gamma \cdot A_2 \cdot l_2) \cdot l_3}{E \cdot A_3} - \\ &\quad - \frac{F_3 \cdot l_3}{E \cdot A_3} + \frac{(\gamma \cdot A_3 \cdot l_3) \cdot l_3}{2E \cdot A_3} = \frac{l_3}{E \cdot A_3} \times \\ &\quad \times \left(F_1 + \gamma \cdot A_1 \cdot l_1 + F_2 + \gamma \cdot A_2 \cdot l_2 - F_3 + \frac{\gamma \cdot A_3 \cdot l_3}{2} \right) = \\ &= \frac{3}{2 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \times \left(5 + 78 \cdot 10^{-3} \cdot 4 + 3 + 78 \cdot 10^{-3} \cdot 5 - 10 + 78 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \right) = \\ &= -0,33 \cdot 10^{-5} \text{ м}. \end{aligned}$$

ЗАВДАННЯ № 2

«РОЗРАХУНОК СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧНИХ СИСТЕМ, ЩО ПРАЦЮЮТЬ НА РОЗТЯГУВАННЯ-СТИСНЕННЯ»

Абсолютно жорсткий брус (рис. 3) спирається на нерухому опору і прикріплений до двох стержнів за допомогою шарнірів.

Потрібно:

- знайти зусилля і напруження в сталевих стержнях (у частках сили);

- знайти навантаження, що допускається, прирівнявши більше з напруження напрузі МПа, що допускається.

Дані взяти з табл. 3.

Таблиця 3

Номер		A_1 , см ²	A_2 , см ²	a , м	b , кН	c , кН	d , кН
рядки	схеми						
1	I	$2 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-4}$	1	2	3	4
2	II	$3 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	2	1	1	3
3	III	$4 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-4}$	3	4	2	2
4	IV	$5 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$	4	3	3	1
5	V	$6 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-4}$	5	5	4	4
6	VI	$3 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	4	6	3	2
7	VII	$4 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	3	4	2	2
8	VIII	$4 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$	2	3	1	6
9	IX	$1 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-4}$	1	5	4	2
10	X	$4 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	3	2	3	4
	a	в	б	a	в	б	a

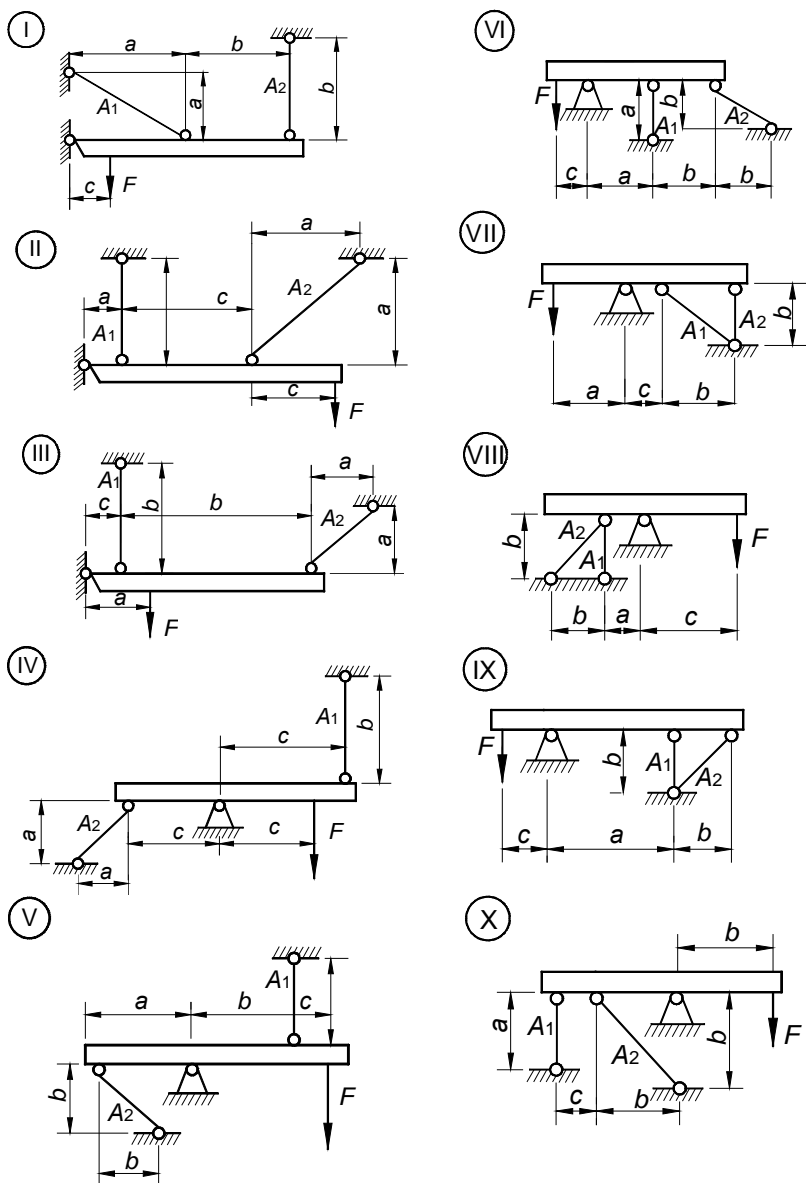


Рис. 3

Порядок виконання роботи

1. Накреслити розрахункову схему.
2. Записуючи рівняння статичної рівноваги системи, знайти степінь статичної невизначності завдання, тобто кількість зайвих невідомих у порівнянні з числом реальних рівнянь статички. Недостаючою умовою має бути рівняння спільності деформацій (переміщень) стержнів. Це рівняння разом з рівняннями статички (після виразу переміщень через шукані зусилля з допомогою закону Гука) визначає зусилля у стержнях в частках сили.
3. За умовою міцності необхідно виразити напруження в стержнях в частках зовнішнього навантаження і обмежити одержане напруження такими, що допускаються. Знайти навантаження, що допускаються, для кожного стержня і в результаті аналізу вибрати навантаження, що допускається, для всієї системи.

Приклад вирішення задачі № 2

Абсолютно жорсткий брус BC опертий на шарнірну опору A і прикріплений до двох стержнів BD і CK за допомогою шарнірів (рис. 4,а). Визначити зусилля і напруження в стержнях (у частках сили F); знайти навантаження, що допускається, користуючись умовою міцності при розтягуванні-стискуванні.

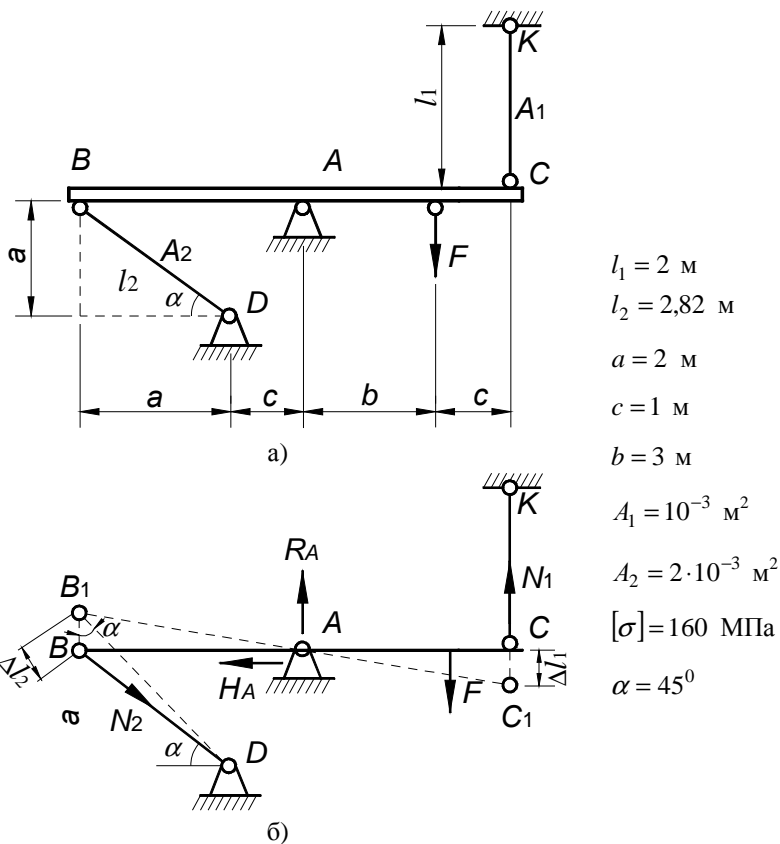


Рис. 4

Розв'язання

Розтинаємо стержні KC і BD . Дію відкинутих частин системи замінимо зусиллями у стержнях N_1 і, які направлені уздовж осей цих стержнів. Реакція опори A має горизонтальну, що становить H_A , і вертикальну R_A , оскільки ця опора перешкоджає вертикальному і

горизонтальному переміщенням точки A . Таким чином, маємо 4 невідомих, а рівнянь рівноваги для плоскої системи сил можна скласти тільки 3. Отже, дана система один раз статично невизначна і для її вирішення потрібно скласти одне додаткове рівняння. По умові завдання необхідно визначити зусилля N_1 і N_2 сталевих стержнів BD і KC , а у визначенні реакцій H_A і R_A . Такими є рівняння у вигляді суми моментів усіх сил відносно шарніра A :

$$\sum M_A = 0; \quad N_2 \sin \alpha \cdot (a + c) - F \cdot b + N_1 \cdot (b + c) = 0. \quad (2.1)$$

Для складання додаткового рівняння розглянемо деформацію системи. На рис. 3,б штриховою лінією показана вісь бруса після деформації системи. Ця вісь залишається прямолінійною, оскільки брус є абсолютно жорстким і, отже, не деформується, а може лише обернутися навколо точки A . Шарніри B і C після деформації переходять в положення B_1 і C_1 відповідно, тобто переміщуються по вершинах. З подібності трикутників BB_1A і CC_1A знаходимо

$$\frac{BB_1}{BA} = \frac{CC_1}{AC}. \quad (2.2)$$

Подовження

$$\Delta l_2 = BB_1 \cos \alpha, \text{ тобто} \quad (2.3)$$

$$CC_1 = \Delta l_1.$$

Підставимо (2.3) в (2.2):

$$\frac{\Delta l_2}{\cos \alpha \cdot (a + c)} = \frac{\Delta l_1}{b + c}. \quad (2.4)$$

За законом Гуку

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot A_2}, \quad \Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1}, \quad (2.5)$$

і, отже, на підставі рівності (2.4)

$$\frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot A_2 \cdot \cos \alpha \cdot (a+c)} = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1 \cdot (b+c)}$$

або

$$N_2 \cdot l_2 \cdot A_1 \cdot (b+c) - N_1 \cdot l_1 \cdot A_2 \cdot \cos \alpha \cdot (a+c) = 0. \quad (2.6)$$

Вирішивши рівняння сумісності деформацій (2.6) сумісно з рівнянням рівноваги (2.1), знайдемо значення поздовжніх сил і, виражені через навантаження :

$$N_2 = N_1 \cdot \frac{l_1 \cdot A_2 \cdot \cos \alpha \cdot (a+c)}{l_2 \cdot A_1 \cdot (b+c)}; \quad (2.7)$$

$$N_1 \cdot \left(\frac{l_1 \cdot A_2 \cdot \cos \alpha \cdot (a+c)}{l_2 \cdot A_1 \cdot (b+c)} \right) \sin \alpha \cdot (a+c) + N_1 \cdot (b+c) = F \cdot b; \quad (2.8)$$

$$N_1 = \frac{F \cdot b}{k \cdot \sin \alpha \cdot (a+c) + (b+c)},$$

де

$$k = \frac{l_1 \cdot A_2 \cdot \cos \alpha \cdot (a+c)}{l_2 \cdot A_1 \cdot (b+c)}. \quad (2.9)$$

Підставимо чисельні значення в отримані вирази (2.6), (2.8), (2.10):

$$k = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (2+1)}{2,82 \cdot 10^{-3} \cdot (3+1)} = 0,75,$$

$$N_1 = \frac{F \cdot 3}{0,75 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (2+1) + (3+1)} = F \cdot 0,418;$$

$$N_2 = \frac{0,75 \cdot F \cdot 3}{0,75 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (2+1) + (3+1)} = F \cdot 0,313.$$

Запишемo напруження в частках сили F :

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = -\frac{0,418}{10^{-3}} \cdot F = 0,418 \cdot 10^3 \cdot F \text{ [кН/м}^2\text{]},$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = -\frac{0,313}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot F = 0,516 \cdot 10^3 \cdot F \text{ [кН/м}^2\text{]}.$$

Другий стержень найбільш завантажений. Користуючись умовою міцності, визначимо навантаження, що допускається:

$$\sigma_1 = 0,418 \cdot 10^3 \cdot F \leq [\sigma],$$

$$F_{\text{доп}} = \frac{160 \cdot 10^3}{418} = 0,382 \cdot 10^3 \text{ кН}.$$

ЗАВДАННЯ № 3
„РОЗРАХУНОК ЖОРСТКОСТІ Й МІЦНОСТІ СТЕРЖНЯ
КРУГОВОГО ПЕРЕРІЗУ ПРИ КРУЧЕННІ”

До сталюого валу прикладено чотири крутні моменти (рис. 5).

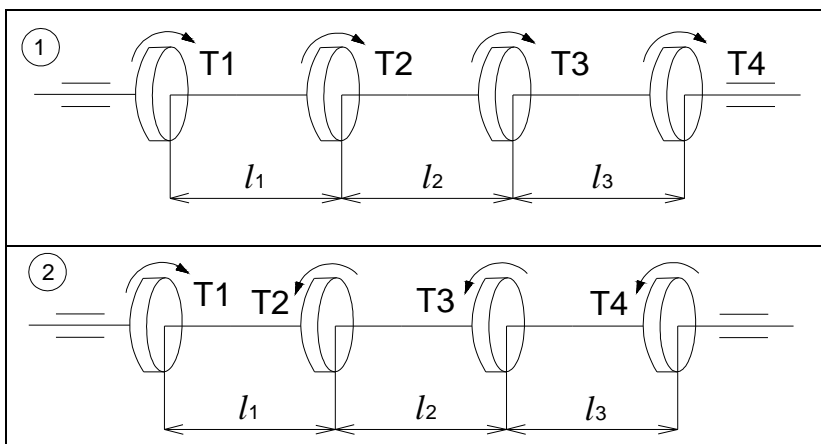
Треба:

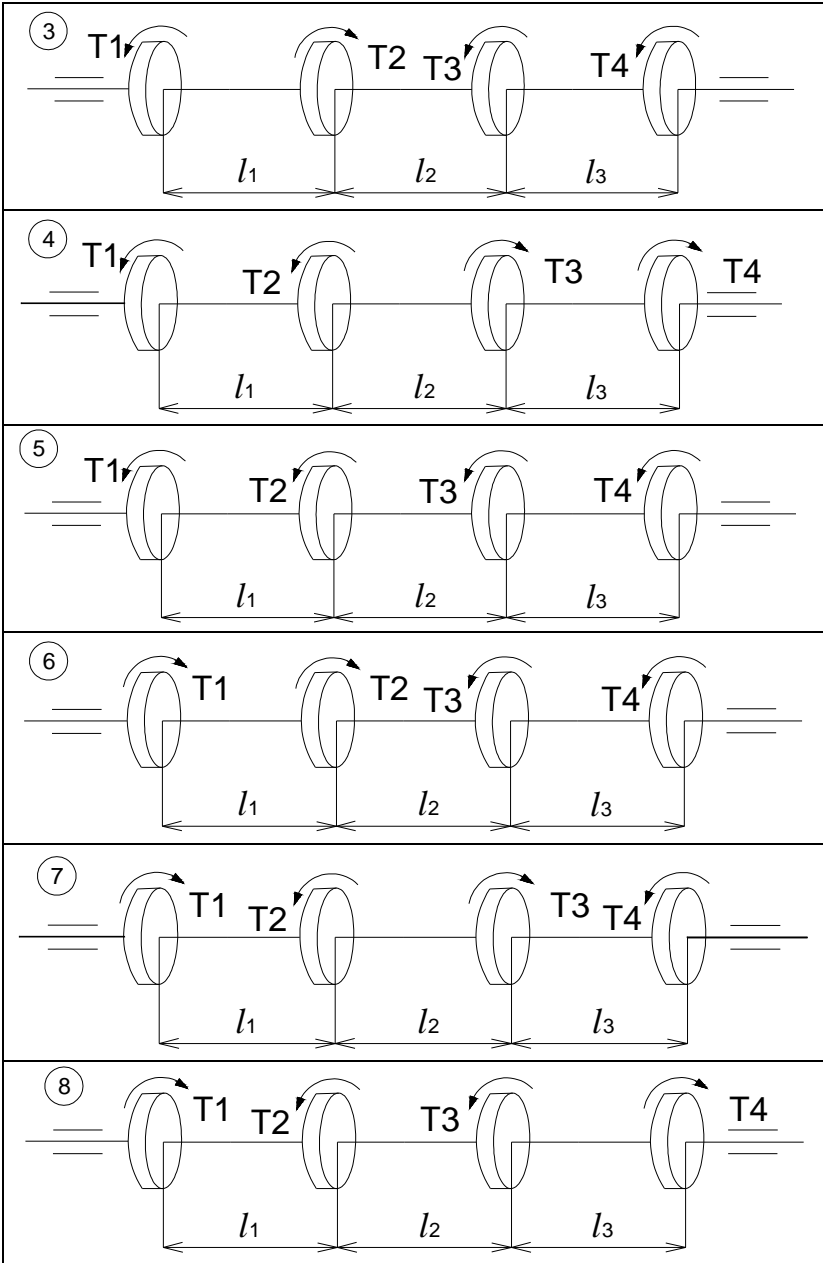
1. Побудувати епюру крутних моментів.
2. При заданих значеннях $[\tau_c]$ знайти діаметр валу з розрахунку на міцність і округлити його до найближчої більшої величини (згідно з ДСТУ).
3. Побудувати епюру кутів закручування.
4. Знайти найбільший відносний кут закручування.

Дані взяти з табл. 5.

При обчисленнях кутів закручування прийняти

$$G = 8 \cdot 10^{10} \text{ Па.}$$





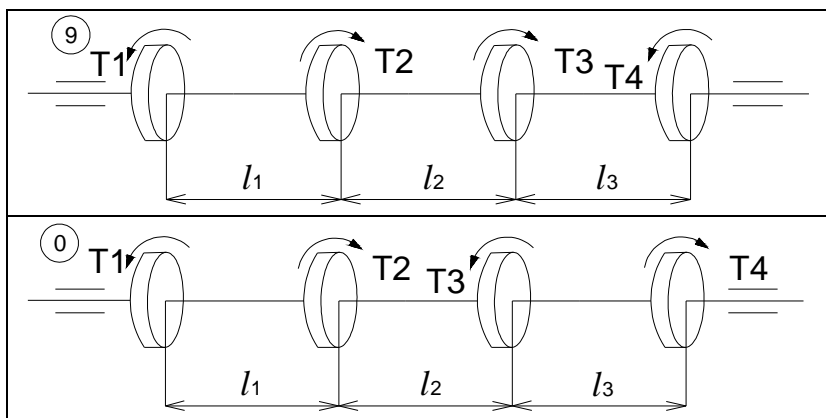


Рис. 5 – Розрахункові схеми валів

Згідно з ДСТУ до стандартних відносяться вали з діаметрами: 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 26; 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42; 45, 48, 50, 52; 55, 60; 63, 65, 70; 75, 80; 85, 90, 95, 100 мм.

Таблиця 5 – Варіанти вихідних даних

Ряд №	Схема	Відстань (м)			Скручуючі моменти (Нм)				$[\tau_c]$, МПа
		a	b	c	T_1	T_2	T_3	T_4	
1	I	1,1	1,1	1,1	110	110	110	110	35
2	II	1,2	1,2	1,2	120	120	120	120	40
3	III	1,3	1,3	1,3	130	130	130	130	45
4	IV	1,4	1,4	1,4	140	140	140	140	50
5	V	1,5	1,5	1,5	150	150	150	150	55
6	VI	0,6	0,6	0,6	60	60	60	60	60
7	VII	0,7	0,7	0,7	70	70	70	100	65
8	VIII	0,8	0,8	0,8	180	80	180	80	70
9	IX	0,9	0,9	0,9	190	90	190	90	75
10	X	1,0	1,0	1,0	200	100	200	100	80
	е	г	д	е	г	Д	е	г	в

Короткі відомості з теорії

При крученні стержня (вала) моментом T у поперечних перерізах стержня виникають дотичні напруження τ . Максимальне значення напруження можна обчислити за формулою

$$\max \tau = \frac{\max |T|}{W_0}.$$

Тут $W_0 = \frac{\pi d^3}{16}$ – полярний момент опору; d – діаметр стержня.

Якщо задано допустиме напруження $[\tau_C]$, то за умовою міцності

$$\max \tau = \frac{16}{\pi d^3} \max |T| \leq [\tau_C].$$

Звідси випливає, що

$$d \geq 1,72 \cdot \sqrt[3]{\frac{\max |T|}{[\tau_C]}}. \quad (3.1)$$

Останній вираз дозволяє обчислити діаметр стержня (вала) d при відомих $\max |T|$ і $[\tau_C]$.

Кут повороту одного перерізу відносно іншого, що знаходяться на відстані l , при сталих T і d визначається формулою

$$\varphi = \frac{T \cdot l}{GJ_0} \text{ радіан} \quad \text{або} \quad \varphi = \frac{180^0 \cdot T \cdot l}{\pi GJ_0} \text{ градусів}. \quad (3.2)$$

Тут $J_0 = \frac{\pi d^4}{32}$ – полярний момент інерції поперечного перерізу; G – модуль зсуву матеріалу стержня.

Відносний (погонний) кут закручування стержня становить

$$\varepsilon = \frac{|\varphi|}{l} = \frac{|T|}{GJ_0}. \quad (3.3)$$

Якщо $d - const$, то $\max \varepsilon$ буде там, де максимальний T .

Приклад вирішення задачі № 3

Розрахунок виконаємо для таких даних.

Моменти: $m_1 = 50 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $m_2 = 70 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $m_3 = 20 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

Діаметри: $D_1 = 50 \text{ мм}$; $D_2 = 65 \text{ мм}$; $D_3 = 40 \text{ мм}$.

Довжина ступенів: $l = 75 \text{ мм} = 0,075 \text{ м}$.

$[\sigma] = 95 \text{ МПа}$.

Розрахунок:

Визначити діаметр ступінчастого валу.

1. Визначимо навантаження на вал:

$$P_1 = \frac{2 \cdot m_1}{D_1 \cdot 10^{-3}} = \frac{2 \cdot 50}{50 \cdot 10^{-3}} = 2000 \text{ Н};$$

$$P_2 = \frac{2 \cdot m_2}{D_2 \cdot 10^{-3}} = \frac{2 \cdot 70}{65 \cdot 10^{-3}} = 2154 \text{ Н};$$

$$P_3 = \frac{2 \cdot m_3}{D_3 \cdot 10^{-3}} = \frac{2 \cdot 20}{40 \cdot 10^{-3}} = 1000 \text{ Н}.$$

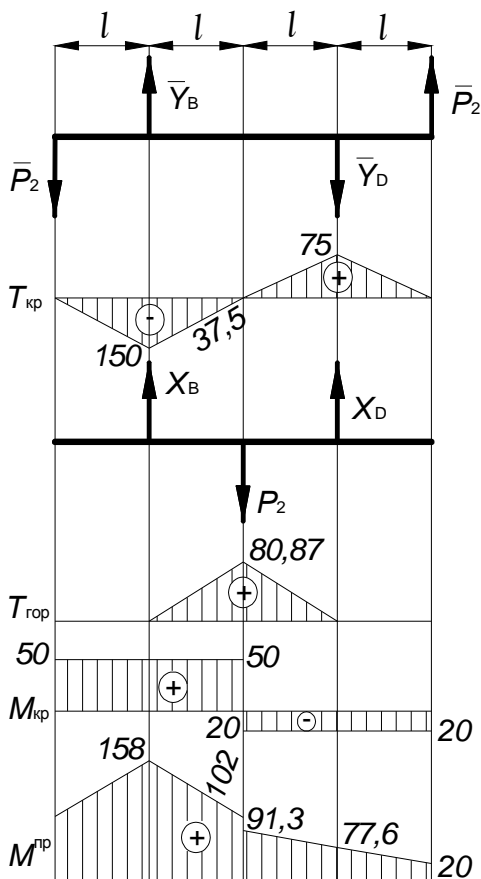
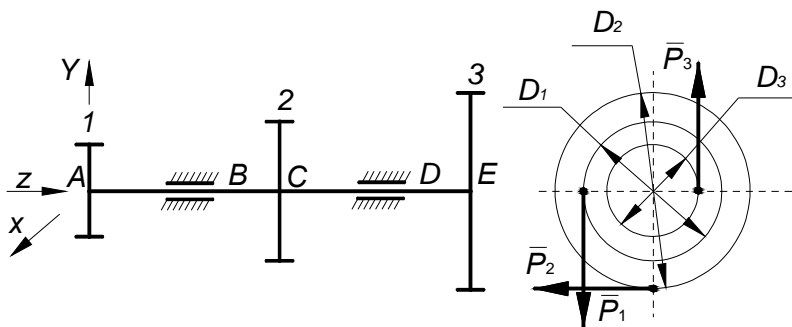
2. Вертикальна площина (у з).

Визначимо внутрішній вигинний момент методом перетину.

З умов рівноваги знайдемо \bar{Y}_B і \bar{Y}_D .

$$\sum M_B = P_1 \cdot l - Y_D \cdot 2 \cdot l + P_3 \cdot 3 \cdot l = 0$$

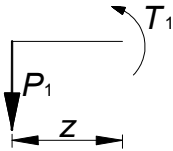
$$Y_D = \frac{P_1 \cdot l + P_3 \cdot 3 \cdot l}{2 \cdot l} = \frac{P_1 + 3 \cdot l}{2} = \frac{2000 + 3 \cdot 1000}{2} = 2500 \text{ Н}.$$



$$\sum M_D = P_1 \cdot 3 \cdot l - Y_B \cdot 2 \cdot l + P_3 \cdot l = 0 ,$$

$$Y_B = \frac{P_1 \cdot 3 + P_3}{2} = \frac{2000 \cdot 3 + 1000}{2} = 3500 \text{ Н.}$$

Перетин 1-1



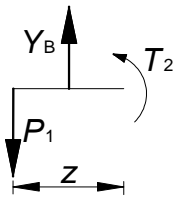
$$0 \leq z < l ,$$

$$\sum M_{1-1} = P_1 \cdot z + T_1 = 0 \quad T_1 = -P_1 \cdot z ,$$

$$T_{1 \text{ при } z=0} = 0 ,$$

$$T_{1 \text{ при } z=l} = -P_1 \cdot l = -2000 \cdot 0,075 = -150 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Перетин 2-2



$$l \leq z < 3l ,$$

$$\sum M_{2-2} = P_1 \cdot z - Y_B \cdot (z - l) + T_2 = 0 ,$$

$$T_2 = Y_B \cdot (z - l) - P_1 \cdot z = 0 ,$$

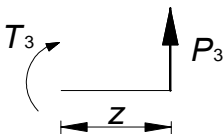
$$T_{2 \text{ при } z=l} = Y_B \cdot (z - l) - P_1 \cdot l = -150 \text{ Н}\cdot\text{м,}$$

$$T_{2 \text{ при } z=2l} = Y_B \cdot l - P_1 \cdot 2 \cdot l = 3500 \cdot 0,075 - 2000 \cdot 2 \cdot 0,075 =$$

$$= 262,5 - 300 = -37,5 \text{ Н}\cdot\text{м,}$$

$$T_{2 \text{ при } z=3l} = Y_B \cdot 2 \cdot l - P_1 \cdot 3 \cdot l = 525 - 450 = 75 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Перетин 3-3



$$0 \leq z < l ,$$

$$\sum M_{3-3} = T_3 + P_3 \cdot z = 0 ,$$

$$T_3 = -P_3 \cdot z \Rightarrow T_{3 \text{ при } z=0} = 0 ,$$

$$T_{3 \text{ при } z=l} = -1000 \cdot 0,075 = -75 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

3. Горизонтальна площина (ху):

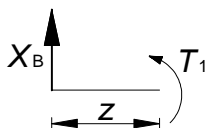
$$\sum M_B = -P_2 \cdot l + X_D \cdot 2 \cdot l = 0,$$

$$X_D = \frac{P_2}{2} = \frac{2154}{2} = 1077 \text{ Н},$$

$$\sum M_D = -X_B \cdot 2 \cdot l + P_2 \cdot l = 0,$$

$$X_B = \frac{P_2}{2} = 1077 \text{ Н}.$$

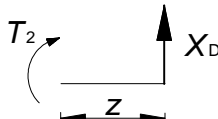
Перетин 1-1:

$$0 \leq z < l,$$


$$\sum M_{1-1} = -X_B \cdot z + T_1 = 0 \quad T_1 = X_B \cdot z,$$

$$T_1 \text{ при } z=l = 80,78 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

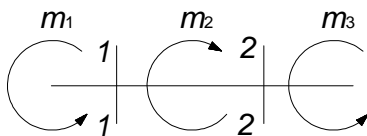
Перетин 2-2:

$$l \leq z < 3l,$$


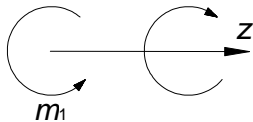
$$\sum M_{2-2} = X_D \cdot z - T_2 = 0 \Rightarrow T_2 = X_D \cdot z,$$

$$T_2 \text{ при } z=0 = 0 \quad T_2 \text{ при } z=l = 80,78 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

4. Площина ух



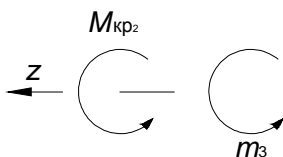
Перетин 1-1

$$0 \leq z \leq 2l,$$


$$\sum M = m_1 - M_{kp_1} = 0,$$

$$M_{kp_1} = m_1 = 50 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Перетин 2-2:



$$0 \leq z \leq 2l,$$

$$\sum M = M_{kp2} + m_3 = 0,$$

$$M_{kp2} = -m_3 = -20 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

5. Визначення наведених моментів:

$$M^{np} = \sqrt{M_{kp}^2 + T_{вер}^2 + T_{зоп}^2};$$

$$M_A^{np} = \sqrt{50^2 + 0 + 0} = 50; \quad M_B^{np} = \sqrt{50^2 + 150^2 + 0} = 158;$$

$$M_{C1}^{np} = \sqrt{50^2 + 37,5^2 + 80,78^2} = 102;$$

$$M_{C2}^{np} = \sqrt{20^2 + 37,5^2 + 80,78^2} = 91,3;$$

$$M_D^{np} = \sqrt{20^2 + 75^2 + 0} = 77,6; \quad M_E^{np} = \sqrt{20^2} = 20 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

6. Визначення діаметра валу з умов міцності:

$$\sigma_p = \frac{M^{np}}{W} \leq [\sigma], \text{ де } W = 0,1d^3;$$

дорівнюємо $W = \frac{M^{np}}{0,1d^3} = [\sigma] \Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{M^{np}}{0,1[\sigma]}}.$

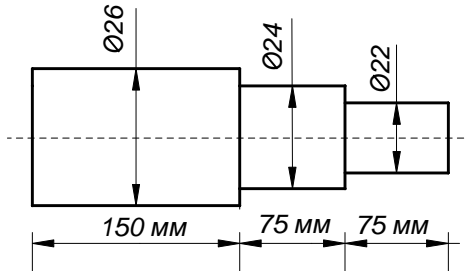
За максимальним M^{np} на ділянках AC , CD , DE :

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{158 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 95}} = 25,5 \text{ мм} \approx 26;$$

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{102 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 95}} = 22,6 \text{ мм} \approx 24;$$

$$d_3 = \sqrt[3]{\frac{72,6 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 95}} = 20,1 \text{ мм} \approx 22 .$$

Ескіз валу



Навчальне видання

Методичні вказівки до виконання самостійних і контрольних завдань з курсу «**Технічна механіка**» (для студентів 2 курсу денної і заочної форм навчання з напрямку 6.050701 «Електротехніка та електротехнології» та слухачів другої вищої освіти).

Укладачі: **ШПАЧУК** Володимир Петрович,
СКЛЯРОВ В'ячеслав Олександрович

Відповідальний за випуск *В. П. Шпачук*

Редактор *М. З. Аляб'єв*

Комп'ютерне верстання *О. В. Мамаєва*

План 2010, поз. 209 М

Підп. до друку 11.06.2010 р.
Друк на ризографії.
Зам. №

Формат 60х84 1/16
Ум. друк. арк. 1,2
Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювачі
Харківська національна академія міського господарства,
вул. Революції, 12, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@ksame.kharkov.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 731 від 19.12.2001